

ACADÉMIE DES SCIENCES.

SÉANCE DU LUNDI 15 MARS 1916.

PRÉSIDENCE DE M. CAMILLE JORDAN.

MÉMOIRES ET COMMUNICATIONS

DES MEMBRES ET DES CORRESPONDANTS DE L'ACADÉMIE.

M. **GASTON BONNIER** fait hommage à l'Académie d'une brochure dont il est l'auteur et intitulée *L'OEuvre de Philippe van Tieghem*. Cette brochure, accompagnée d'un portrait de van Tieghem; renferme sa biographie, l'exposé de ses recherches et la liste complète de ses publications.

L'exposé des recherches est divisé en cinq parties : I. Fermentations; II. Physiologie et biologie des végétaux; III. Cryptogamie; IV. Anatomie générale; V. Anatomie appliquée à la classification.

Dans une conclusion générale, l'auteur de la brochure met en relief les liens qui s'établissent entre ces diverses parties de l'œuvre du grand naturaliste.

PALÉONTOLOGIE. — *Une famille d'Ammonites, les Desmocératidés; essai d'une classification rationnelle, valeur et subordination des caractères.*

Note de M. **H. DOUVILLÉ**.

Le Crétacé inférieur est remarquable par le développement qu'y présentent les Ammonites; cette faune est en grande partie renouvelée et il est souvent très difficile de rattacher les types crétacés aux formes plus anciennes. Ce rattachement et la classification des Ammonites crétacées soulève un grand nombre de questions très intéressantes; pour les résoudre, mon collègue et ami, le professeur Kilian, mettant à profit les riches gisements des Alpes françaises, a formé le projet de constituer à l'Université de Grenoble une collection aussi complète que possible de tout ce qui est relatif au Crétacé inférieur, échantillons et Mémoires.

Il a lui-même donné un premier aperçu de la question dans le « Lethæa », dans ce Mémoire extrêmement intéressant, il a accumulé et mis en œuvre une masse énorme de matériaux; je voudrais en examiner quelques points sur lesquels je ne partage pas l'opinion de mon savant collègue.

Tout d'abord une question de principe : M. Kilian cite plusieurs genres polyphylétiques, par exemple les *Desmoceras* et les *Holcodiscus*; c'est ce que j'avais appelé il y a longtemps déjà les genres « fagot ». Or, au point de vue phylogénique, le seul qui puisse être adopté aujourd'hui, un genre polyphylétique est inexistant et ne peut être conservé. Il doit être divisé et réparti entre les différentes branches auxquelles il appartient.

Je vais examiner de plus près à ce point de vue le genre *Desmoceras*, élevé par Zittel au rang de famille.

Ce groupe de formes avait été dénommé génériquement *Puzosia* par Bayle dès 1878, et en présentant ce travail à la Société géologique en 1879, j'avais eu soin de spécifier comme type du genre, *Am. planulatus*, les autres espèces citées étaient *A. latidorsatus* et *A. Mayori*. En 1883, Uhlig, dans son important Mémoire sur les couches de Wernsdorf, confond encore ce groupe avec les *Haploceras* (*Lissoceras* Bayle); mais l'année suivante Zittel propose d'en constituer le genre *Desmoceras*, qu'il élèvera en 1903 au rang de famille. Comme il l'indique très bien, celle-ci correspond aux *ligati* de d'Orbigny (δεσμος lien), en réalité un peu émondés : les caractères du groupe tels que Zittel les spécifie, ou qui résultent des espèces citées, sont d'une grande netteté, formes peu ornées, présentant des côtes le plus souvent fines, mais toujours simples, et de distance en distance des sillons flexueux, correspondant à la trace d'anciennes ouvertures, c'est-à-dire à des varices. J'ajouterai que dans ce groupe de formes, on n'observe ni côtes fasciculées, ni tubercules.

L'étude de ce groupe a été reprise par Kilian; l'un de ses élèves, le professeur Jacob, distingue les groupes suivants :

- 1° Groupe de l'*Ann. Beudanti* avec *A. strettostoma*, constituant le sous-genre *Desmoceras* Zittel;
- 2° Groupe de l'*A. Walleranti*, sous-genre nouveau *Uhligella*;
- 3° Groupe de l'*A. latidorsatus*, sous-genre nouveau *Latidorsella*;
- 4° Groupe de l'*A. mayorianus*, sous-genre *Puzosia* Bayle.

Or si l'on examine les *Uhligella*, il est facile de voir que les formes comprises dans ce groupe sont loin de présenter les caractères que je viens d'indiquer pour la famille des Desmocératidés : notamment les côtes sont souvent fasciculées et partent de tubercules ombilicaux (*Uhl. Rebouli*, *Uhl.*

balmense); en outre les sillons paraissent manquer. Sans doute il existe, comme dans tous les groupes, des formes inermes, mais les caractères qu'elles présentent sont des caractères purement négatifs, sur lesquels il est toujours dangereux d'établir des comparaisons; celles-ci devant toujours s'appuyer au contraire sur les formes les plus ornées. En réalité, les *Uhligella* ne peuvent être maintenus dans cette famille, pas plus que les *Saynella*, proposés plus tard par Kilian. Par leur ornementation et tous leurs caractères, ces formes doivent être rattachées aux Hoplitidés. Les analogies signalées avec les Desmocératidés ne sont que des faits de convergence.

Dans ces conditions et avec l'adjonction de ces derniers sous-genres, il n'est pas étonnant que le genre *Desmoceras* (sensu lato) ait été reconnu comme polyphylétique. Il n'en est plus de même si l'on revient au groupe tel qu'il a été constitué dès l'origine par Zittel. La famille des Desmocératidés comprendra alors seulement les genres suivants :

Desmoceras, groupe des *Amm. Beudanti*, *strettostoma*, *difficilis*, auxquels on peut réunir *Amm. Cassida* et *Amm. Charrieri*.

Puzosia, type *Amm. planulatus*, avec *Amm. Mayori*, *liptoviensis*, etc.

Latidorsella, type *Amm. latidorsatus*.

Ce groupement est incontestablement homogène, mais quelles sont ses affinités, et quelle place devra-t-il occuper dans la classification ?

Les comparaisons à établir entre les Ammonites doivent s'appuyer sur l'ensemble des caractères, forme générale, mode d'ornementation, tracé des cloisons. D'autre part, et c'est là une grosse difficulté, les analogies apparentes ne correspondent pas toujours à une parenté réelle; c'est ainsi qu'on a longtemps rapproché à tort les *Cardioceras* des *Amaltheus*, les *Douvilleiceras* des *Acanthoceras* et, comme nous venons de le voir, les *Desmoceras* des *Lissoceras*, c'est-à-dire des *Oppéliidés*. Dans certains cas les analogies peuvent résulter d'une adaptation à certaines conditions de vie; elles représentent alors de simples phénomènes de convergence et l'on comprend qu'il soit souvent difficile de distinguer les analogies de cette nature de celles qui résultent de l'hérédité. Pour résoudre ces problèmes délicats, le premier point est de chercher à se rendre compte de la valeur des caractères, de leur signification et de leur subordination possible.

En corrigeant les épreuves du Mémoire de mon fils sur les Cosmocératidés, que j'ai présenté dernièrement à l'Académie, j'ai été frappé de l'importance attribuée à la forme générale : les espèces lourdes et épaisses dont la coquille ressemble plus ou moins à celle des Nautilés actuels

devaient comme ceux-ci vivre sur le fond de la mer, ce sont des espèces benthiques. Par opposition les formes minces étaient nageuses (nectiques).

Ces deux groupes de formes sont nettement caractérisés dès le Trias; il me suffira de citer les *Arcebidés* et les *Phyllocératidés* d'une part, de l'autre par exemple les *Pinacoceras*. Or dans ces deux séries le plan des cloisons est très différent : dans la première tous les éléments des cloisons sont semblables et se succèdent régulièrement de l'ombilic à la région siphonale en augmentant progressivement de grandeur.

Dans les *Pinacoceras* au contraire les éléments de la région externe sont fortement modifiés, notamment les deux selles externes et le lobe siphonal. Cette modification correspond en réalité à la spécialisation de l'animal, l'animal nageur étant plus actif et devant être considéré comme plus spécialisé que celui qui rampe sur le fond, de même que l'animal coureur est plus spécialisé et en réalité plus évolué que l'animal marcheur. D'où cette conséquence également que la forme régulière de la cloison représente un caractère archaïque et que le degré de spécialisation est indiqué par la modification des éléments de la cloison situés dans la région externe; c'est donc à raison qu'on a toujours attribué une importance particulière au lobe siphonal, à la selle externe et au premier lobe latéral. Dans les formes crétacées cette spécialisation se traduit le plus souvent par le développement du premier lobe latéral qui s'élargit, devient dissymétrique et se divise même en lobes plus ou moins individualisés comme je l'ai montré dans la famille des *Pulchelliidés*. Cette spécialisation se fait d'ordinaire d'une manière différente dans les groupes différents, mais elle peut également s'effectuer d'une manière analogue, de là des analogies dues à des phénomènes de convergence, qui peuvent facilement induire en erreur et qui m'ont trompé moi-même quand j'ai voulu pour une raison de ce genre rattacher les *Placenticeras* aux *Hoplitidés*.

Il est bien certain qu'entre les formes benthiques et les formes nectiques nous aurons tous les passages par des formes remontant peu à peu sur le fond, et se rapprochant des rivages, d'abord benthonériques, puis franchement nériques, avec un retour possible des formes nectiques aux formes nériques. C'est dans ces groupes intermédiaires que viendront se placer les types les plus ornés, tandis que les formes extrêmes n'ont le plus souvent qu'une faible ornementation.

Si l'on applique ces considérations à la famille des *Desmocératidés*, on doit reconnaître que le type le plus primitif, celui dans lequel la cloison se rapproche le plus de la forme régulière, est représenté par les *Latidorsella*; c'est à peine si le premier lobe latéral est relativement un peu plus déve-

loppé que dans le type régulier; il est encore symétrique. Il se modifie progressivement et devient dissymétrique dans les *Desmoceras*, pour atteindre la spécialisation maxima dans les espèces voisines du *Desm. difficile*, formes minces et presque lisses, par suite essentiellement nageuses. J'ai pu étudier récemment une belle série de *Puzosia*, voisins du *P. liptoviensis*; le jeune est presque lisse et ressemble tout à fait au *Desm. Charrieri*, l'ornementation caractéristique apparaît seulement dans l'adulte; quant à la cloison, elle est, par son plan, presque aussi primitive que celle des *Latidorsella*. C'est, en réalité, un type benthonérien.

Nous sommes ainsi amenés à considérer les différents groupes des *Desmocératidés* comme résultant de la spécialisation plus ou moins accentuée d'un même type et de son adaptation soit à une vie benthique (*Latidorsella*), soit à une vie nectique (*Desmoceras*) avec formes intermédiaires nérétiques et plus ornées (*Puzosia*). Le premier groupe est, par ses cloisons, le moins spécialisé, le plus primitif. Or, par tous ses caractères, par sa forme générale, par son ornementation extrêmement faible, par ses sillons flexueux, par ses cloisons, il se rapproche extrêmement des *Phyllocératidés* du groupe du *tortisulcatus* (genre *Sowerbyceras*) si développé dans le Jurassique supérieur; j'estime donc qu'il faut le considérer comme dérivant de cette branche particulière des *Phyllocératidés*. C'est du reste la manière de voir que j'ai depuis longtemps toujours professée dans mon cours à l'École des Mines.

Les *Desmocératidés* seraient ainsi une famille naturelle monophylétique, se rattachant directement aux *Phyllocératidés*.

ÉLECTIONS.

L'Académie procède, par la voie du scrutin, à l'élection d'un Correspondant pour la Section de Géométrie, en remplacement de M. *Félix Klein*.

Au premier tour de scrutin, le nombre de votants étant 39,

M. de la Vallée-Poussin obtient	37	suffrages
M. Bianchi »	1	suffrage
M. Fredholm »	1	»

M. DE LA VALLÉE-POUSSIN, ayant réuni la majorité absolue des suffrages, est élu Correspondant de l'Académie.

CORRESPONDANCE.

M. le **SECRÉTAIRE PERPÉTUEL** signale, parmi les pièces imprimées de la Correspondance :

Notes biographiques sur les chimistes ayant pris part à la fondation de la Société helvétique des Sciences naturelles; par **FRÉDÉRIC REVERDIN**. (Présenté par M. A. Haller.)

ASTRONOMIE PHYSIQUE. — *Observations du Soleil, faites à l'Observatoire de Lyon, pendant le troisième trimestre de 1915.* Note de M. **J. GUILLAUME**, présentée par M. B. Baillaud.

Il y a eu 85 jours d'observations dans ce trimestre, dont 51 jours consécutifs du 24 juillet au 12 septembre ⁽¹⁾. Les principaux faits qui se déduisent de ces observations se résument ainsi :

Taches. — On a enregistré 68 groupes avec une surface totale de 5527 millièmes, contre 51 groupes et 4552 millièmes précédemment ⁽²⁾.

Le plus grand développement de cet accroissement d'activité des taches s'est produit en juillet, où deux des groupes suivants ont été visibles à l'œil nu :

Juillet.....	11,6	à — 20° de latitude
»	25,3	à — 20° »
Août.....	4,0	à — 18° »

Le 4 août, le dernier de ces groupes formait avec le suivant du Tableau I (5,0 à — 18°) une trainée ininterrompue, sur une longueur de 22° de longitude héliographique.

Il n'y a eu, d'ailleurs, aucun jour sans taches pendant ce trimestre.

Dans sa répartition entre chaque hémisphère, l'augmentation des groupes a été de 12 au Sud (37 au lieu de 25) et de 5 au Nord (31 au lieu de 26).

Leur latitude moyenne a encore augmenté au sud de l'équateur et diminué au nord, avec — 21°,3 au lieu de — 20°,9, d'une part, et + 17°,0 au lieu de 18°,8, d'autre part.

⁽¹⁾ Depuis l'organisation du service des observations du Soleil à l'Observatoire de Lyon, c'est la première fois qu'on y a obtenu une série aussi importante, série qui, sans une interruption du 13 pour un besoin de la Défense nationale, se serait prolongée jusqu'au 24 septembre. Mon collègue M. Luizet a bien voulu me suppléer les 9, 15, 22, 24 et 30 septembre, et je l'en remercie très cordialement. J. G.

⁽²⁾ Voir *Comptes rendus*, t. 161, 1915, p. 728.

Régions d'activité. — Il y a eu de très beaux champs de facules, et l'enregistrement de ces phénomènes se traduit, au total, par 125 groupes, au lieu de 94 précédemment, et une aire de 132,1 millièmes au lieu de 93,5.

La production est restée plus grande au sud de l'équateur, avec une augmentation d'un tiers (68 groupes au lieu de 48), qu'au nord, où l'augmentation est d'un quart (57 groupes au lieu de 46).

TABLEAU I. — *Taches.*

Dates extrêmes d'observ.	Nombre d'observ.	Pass. au mér. central.	Latitudes moyennes.		Surfaces moyennes réduites.
			S.	N.	
Juillet. — 0,00.					
28-7	10	1,7	-19		97
28-5	8	4,3		+15	45
10-12	8	6,7		+20	8
12	1	7,5	-21		7
10-12	3	8,6	-18		21
5-17	10	11,6	-20		545
10-17	5	14,5	-22		21
10-18	3	16,4	-25		49
11-22	9	17,5		+18	155
19-20	2	18,2		+18	5
20-18	3	18,3	-24		6
12-24	9	19,1		+19	70
21-24	3	19,6	-29		8
16-27	11	21,8		+15	42
24-26	3	21,9	-17		70
19-30	10	25,3	-20		660
21-28	6	26,9	-19		44
24-27	3	27,8	-20		11
30	1	29,8	-23		2
27 j.			-21°,3	+17°,5	
Août. — 0,00.					
25-7	13	1,4		+22	113
27-4	9	2,4		+19	68
28-4	5	2,4	-18		6
1	1	2,8		+11	2
29-31	3	3,7	-21		3
9	1	3,8		+12	6
29-9	12	4,0	-17		545
30-9	11	5,0	-18		220
4-9	6	5,3	-25		53
9	1	5,4		+22	3
4	1	6,5		+4	4
3-4	2	6,6		+17	3
9	1	8,3	-22		2
11-15	5	9,9	-18		11
12-14	3	12,5	-26		9
7-19	13	13,8		+18	82
Août (suite).					
10-15	6	16,1	-30		13
13-15	3	16,1	-20		25
16-20	5	16,2		+17	9
16-22	3	17,4		+17	15
19-23	5	19,0	-27		5
16-26	11	20,4		+15	83
16-21	6	20,5		+4	16
14-26	13	20,8	-19		267
23-25	3	25,1		+21	9
30-31	2	25,7	-21		16
23-2	11	27,6		+22	288
30-31	2	28,8	-28		6
26-28	3	29,1		+24	5
27	1	30,4		+24	2
24-5	13	30,5	-17		79
31 j.			-21°,8	+16°,8	
Septembre. — 0,00.					
30-6	2	1,3	-24		11
2	1	3,9	-5		2
28-10	13	3,9		+23	295
30-10	12	4,9	-17		263
1-11	10	6,9	-18		40
7	1	7,8	-27		4
5-14	9	9,2	-22		149
7	1	10,5		+17	6
8	1	11,3		+11	4
10-21	10	15,8		+10	71
16	1	16,3		+18	3
14	1	16,6	-31		5
17-24	8	24,1		+21	41
27-30	3	25,8		+23	86
20-2	10	26,8		+11	485
1-2	2	27,6	-17		16
27-2	3	27,9	-23		7
28	1	28,8		+18	5
27 j.			-20°,4	+16°,9	

TABLEAU II. — *Distribution des taches en latitude.*

1915.	Sud.						Nord.						Totaux mensuels.	Surfaces totales réduites.		
	90°.	40°.	30°.	20°.	10°.	0°.	Somme.	Somme.	0°.	10°.	20°.	30°.			40°.	90°.
Juillet.....	»	»	6	7	»		13	6	»	6	»	»	»		19	2066
Août.....	»	»	8	7	»		15	16	2	8	6	»	»		31	1968
Septembre..	»	1	4	3	1		9	9	1	5	3	»	»		18	1493
Totaux....	»	1	18	17	1		37	31	3	19	9	»	»		68	5527

TABLEAU III. — *Distribution des facules en latitude.*

1915.	Sud.							Nord.							Totaux mensuels.	Surfaces totales réduites.
	90°.	40°.	30°.	20°.	10°.	0°.	Somme.	Somme.	0°.	10°.	20°.	30°.	40°.	90°.		
Juillet.....	»	»	13	6	»	19	17	1	8	6	2	»	»	»	36	40,2
Août.....	»	2	16	6	»	24	20	2	7	11	»	»	»	»	44	46,8
Septembre..	»	4	14	6	1	25	20	1	6	12	1	»	»	»	45	45,1
Totaux....	»	6	43	18	1	68	57	4	21	29	3	»	»	»	125	132,1

ASTRONOMIE. — *Observation de l'occultation des Pléiades par la Lune, faite le 9 mars à l'Observatoire de Lyon. Note de M. M. LUIZET, présentée par M. B. Baillaud.*

Étoile.	Grandeur.	Phénomènes.	T. m. de Lyon.	Remarques.
BD + 23,495...	8,3	I	^h 10. ^m 15. ^s 23,1	★ faible.
BD + 23,503...	8,8	I	31.22,7	★ faible.
BD + 23,504...	8,5	I	35.51,9	
Caeleno.....	5,3	I	40.16,7	
Electre.....	3,7	I	46.16,9	
W. 72.....	8,7	I	48. 3,7	★ faible.
L. 4.....	6,9	I	11. 3.22,3	
Taygète.....	4,3	I	4.21,8	
Maia.....	4,0	I	9.54,2	
L. 2.....	8,1	I	12.32,9	★ faible.
L. 8.....	7,0	I	18.26,3	
L. 9.....	7,4	I	19.36,6	
L. 10.....	6,8	I	23.16,6	
Taygète.....	4,3	E	37.18,4	Bord lumineux très ondulant.
L. p.....	6,0	I	52.24,5	★ très affaiblie et diffuse.
η Taureau.....	3,0	I	56.59,6	

Ces observations ont été faites à l'équatorial coudé, grossissement 75. Les 15 immersions ont été observées sur un bord obscur, bien visible. Les images, bonnes au début, sont devenues agitées et diffuses vers la fin, à cause surtout de la proximité de l'horizon.

Le bord lumineux de la Lune était très ondulant, surtout à partir de 11^h; aussi une seule émergence a pu être observée, et dans de mauvaises conditions.

Les désignations des étoiles par un numéro précédé de la lettre L se rapportent au *Catalogue des Pléiades* de M. Lagrula.

ANALYSE MATHÉMATIQUE. — *Sur la dérivation et son calcul inverse.*

Note de M. ARNAUD DENJOY, présentée par M. Émile Picard.

Une Note récente de M. Khintchine ⁽¹⁾ m'engage à publier une analyse succincte d'un Mémoire actuellement à l'impression et dont le sujet touche de très près à celui de la Communication citée à l'instant. Je renvoie à mes Notes des 31 mai, 14 juin et 9 août 1915 pour la terminologie employée ci-dessous.

Soient P un ensemble parfait, u_n ou $a_n b_n$ un quelconque de ses contigus, $V_n = f(b_n) - f(a_n)$ la variation de la fonction continue f sur u_n . Convenons de dire que : 1° si la série V_n est absolument convergente, la *variation* (ou plus précisément la *variation simple*) de f sur P est *définie* et sa valeur est $f(b) - f(a) - \sum V_n$; 2° la variation de f est *réductible* sur P, si toute portion ω de P en contient une autre ω_1 où la variation de f est définie; 3° la variation de f sur P est *réductible à zéro*, si la variation de f sur ω_1 est nulle; 4° f est une fonction à *variation résoluble*, ou plus simplement f est une *fonction résoluble*, si f possède une variation réductible à zéro sur tout ensemble P mince (ou de mesure nulle).

Nous dirons encore que : 1° $\Phi(x_0)$ est en x_0 la *dérivée approximative* de f si l'ensemble

$$f(x) - f(x_0) - [\Phi(x_0) + \delta\varepsilon](x - x_0) = 0 \quad (\delta^2 < 1)$$

a l'épaisseur 1 en x_0 , quel que soit le nombre positif ε ⁽²⁾; 2° $\Phi(x_0)$ est en x_0 la *dérivée de f sur une épaisseur* (ou densité) *bilatérale ou unilatérale plus grande que α* , nombre positif indépendant de ε , si l'ensemble précédent possède en x_0 , des deux côtés ou du côté désigné, une épaisseur inférieure plus grande que α ; 3° en x_0 , f possède le *segment dérivé mm'* ($m < m'$) *sur une épaisseur bilatérale ou unilatérale plus grande que α* ,

⁽¹⁾ *Comptes rendus*, t. 162, 1916, p. 287.

⁽²⁾ C'est en toute équivalence la dérivée « asymptotique » de M. Khintchine.

si l'ensemble

$$f(x) - f(x_0) = \lambda(x - x_0) = 0 \quad (m - \varepsilon < \lambda < m' + \varepsilon)$$

possède en x_0 , des deux côtés ou du côté stipulé, une épaisseur inférieure plus grande que α , le segment mm' étant de plus réduit à ses limites strictes. Ces définitions étant admises :

Sont résolubles les fonctions continues f_1, f_2, f_3, f_4, f_5 possédant en tout point respectivement :

- 1° Une dérivée finie $\Phi_1(x)$;
- 2° Un nombre dérivé extrême fini, de côté et de rang inconnus et variables, $\Phi_2(x)$;
- 3° Une dérivée approximative finie $\Phi_3(x)$;
- 4° Une dérivée $\Phi_4(x)$ valable en tout point sur une épaisseur minimum plus grande que $\alpha > \frac{1}{2}$ (égalité exclue), α pouvant d'ailleurs dépendre de x ;
- 5° Un segment dérivé fini sur une épaisseur minimum bilatérale ou unilatérale supérieure à $\frac{1}{2}$ (égalité exclue). Nous désignons par $\Phi_5(x)$ un nombre quelconque de ce segment dérivé.

Une fonction résoluble f possède les propriétés fondamentales suivantes : 1° K étant, s'il existe, un ensemble parfait non dense, admettant pour complémentaire l'ensemble d'intervalles C , il y a une fonction finie $\Phi(x)$ qui est sur une pleine épaisseur de C la dérivée exacte de f , et, sur une pleine épaisseur de K , la dérivée approximative de f ; 2° f est la totale indéfinie de $\Phi(x)$, en étendant, comme il est bien naturel, le calcul totalisant au cas où les variations de f sur les contigus à un ensemble parfait P forment une série absolument convergente sans qu'il en soit ainsi des oscillations de f sur ces contigus (1).

(1) M. Khintchine a donné ce résultat essentiel qu'une totale indéfinie admet « presque partout » une dérivée approximative (ou exacte). Je montre de plus que toute fonction résoluble est une totale indéfinie. Je réserve le nom de *totalisation complète* à la première opération que j'ai définie (*Comptes rendus*, t. 154, 1912, p. 859). Formons un exemple de fonction f possédant une dérivée exacte sur une pleine épaisseur η d'un ensemble P épais en lui-même (si P est mince, η peut disparaître), les oscillations de f sur les contigus à toute portion de P formant une série divergente. Soit E_n un ensemble de points de seconde espèce de P , E_n étant fermé, inclus dans E_{n+1} , et la réunion de E_n formant une pleine épaisseur η de P . Soient ω_n^m les contigus de E_n , u_p ceux de P , d_p^n la distance de u_p à E_n . Nous faisons $f = 0$ sur P et choisissons comme il suit l'oscillation δ_p de f sur u_p . Ayant opéré pour $q = 2, 3, \dots, q$, si $n + m = q + 1$, on attribue aux u_p situés sur ω_n^m , non encore pourvus

Il suit de là que chacune des fonctions $f_i (i = 2, 3, 4, 5)$ des types énumérés ci-dessus est déterminée, à une constante additive près, par la fonction Φ_i correspondante et que cette dernière est sur une épaisseur pleine la dérivée approximative de f_i . En particulier une fonction f_2 possédant en tout point un nombre dérivé fini Φ_2 de rang et de côté inconnus et variables, est déterminée par Φ_2 (sauf l'addition d'une constante) et possède Φ_2 pour dérivée approximative sur une épaisseur pleine.

Il y a identité entre la classe des fonctions résolubles et celle des totales indéfinies, de même qu'il y a identité entre la classe des fonctions absolument continues et celle des sommes besgiennes indéfinies.

Je signale l'impossibilité que dans la définition des f_i l'inégalité $\alpha > \frac{1}{2}$ puisse être remplacée par $\alpha \geq \frac{1}{2}$. J'ai formé une fonction non résoluble admettant en tout point une dérivée bilatérale finie sur une épaisseur minimum supérieure ou égale à $\frac{1}{2}$.

Parmi les propositions accessoires dont j'ai tiré parti, j'indique les suivantes :

A. Si la variation de f sur P est définie et égale à λ , il existe un ensemble parfait Π inclus dans P et sur toute portion duquel la variation de f est définie et du signe de λ .

B. La longueur de l'intervalle σ_n tendant vers zéro quand n croît, s'il existe un point α_n intérieur à σ_n et appartenant à P , si, de plus, l'ensemble des α_n est partout dense sur P , l'ensemble des points de P , inclus dans une infinité d'intervalles σ_n , est partout dense et même résiduel sur P .

C. $f_1(x, y), f_2(x, y), \dots$ étant des fonctions continues en x et y sauf, éventuellement, pour $y = 0$, soient $\lambda_i(x), \Lambda_i(x)$ respectivement les plus petite et plus grande limites de $f_i(x, y)$ quand y tend vers zéro (x étant immobilisé), soient l_i et L_i les plus petite et plus grande limites de $f_i(\alpha_n, h_n)$ pour n infini, l'ensemble α_n étant partout dense sur P , et h_n tendant vers zéro : alors, sur un résiduel de P , on a simultanément $\lambda_i(x) \leq l_i, l_i \leq \Lambda_i(x)$, pour chaque valeur de i .

d'un nombre δ_p et choisis dans l'ordre de leurs indices, des δ_p égaux à $\frac{1}{q+1} \times d_p^{q+1}$ jusqu'à ce que la somme des δ_p attribués ainsi sur ω_n^m dépasse un .

Il convient d'ailleurs de ne pas oublier qu'une fonction possédant une dérivée donnée « presque partout », admet encore au moins toute l'indétermination de la fonction absolument continue la plus générale.

Ce dernier énoncé s'applique, par exemple, au cas où les f_i sont respectivement les variations relatives, les épaisseurs de certains ensembles sur des intervalles $(x, x + y)$.

Enfin, j'établis dans mon Mémoire qu'étant donnée une suite S d'opérations du calcul totalisant, quelle que soit S , finie ou transfinie mais *limitée*, il est possible de construire des fonctions dérivées dont la primitive n'est pas obtenue après épuisement de la suite S .

ANALYSE MATHÉMATIQUE. — *Sur les nombres dérivés d'une fonction.*

Note de M^{me} GRACE CHISHOLM YOUNG, présentée par M. Hadamard.

1. Dans la définition des nombres dérivés d'une fonction quelconque, il faut tenir compte du fait que la variation relative $\frac{f(x+h) - f(x)}{h}$ devient indéterminée si $f(x+h)$ et $f(x)$ sont tous les deux infinis avec le même signe. Nous prendrons donc seulement les couples x et $x+h$ pour lesquels la variation relative a des valeurs déterminées, et nous considérerons les limites de l'expression pour h positif (à droite) ou h négatif (à gauche), quand h s'approche de zéro; ces limites sont les *nombres dérivés*, $f^+(x)$ (*droit supérieur*), $f_+(x)$ (*droit inférieur*), $f^-(x)$ (*gauche supérieur*) et $f_-(x)$ (*gauche inférieur*). Si l'on veut être encore plus précis, on les distingue comme les *nombres dérivés extrêmes*, les nombres dérivés intermédiaires étant les limites intermédiaires de la variation relative. Tous les nombres dérivés sont donc déterminés en chaque point x , pourvu que la fonction primitive $f(x)$ ne soit pas constamment infinie avec un même signe dans un intervalle, et nous aurons, d'après la définition,

$$(1) \quad f_+(x) \leq f^+(x), \quad f_-(x) \leq f^-(x).$$

Si x est un point où $f(x) = +\infty$, nous aurons

$$(2) \quad f_+(x) = f^+(x) = -\infty, \quad f_-(x) = f^-(x) = +\infty,$$

ce qui nous dit que $f(x)$ possède une *dérivée unilatérale infinie* de chaque côté, les signes des deux infinis étant opposés. Si $f(x) = -\infty$, nous aurons le même résultat, mais les signes des deux infinis sont changés.

Pour une telle fonction générale nous avons le théorème suivant, que j'avais déjà donné ⁽¹⁾ pour une fonction générale *finie* :

(1) *Acta mathematica*, t. 37, 1912, p. 144.

THÉORÈME. — *L'ensemble des points où le nombre dérivé supérieur pour l'un des deux côtés est moindre que le nombre dérivé inférieur de l'autre côté se compose de l'ensemble des points où la fonction primitive $f(x)$ est infinie, et peut-être d'un autre ensemble, qui est alors dénombrable.*

C'est-à-dire que, si x n'est pas un point où $f(x)$ est infinie, nous aurons, sauf dans un ensemble dénombrable de points,

$$(3) \quad f_+(x) \leq f_-(x), \quad f_-(x) \leq f_+(x).$$

2. Jusqu'à présent nous n'avons pas fait de restrictions sur la fonction primitive, excepté qu'elle ne doit pas être constamment infinie avec un même signe dans un intervalle. A présent nous introduirons deux conditions, qui du reste, au point de vue mathématique, ne sont pas des restrictions proprement dites :

- a). $f(x)$ est une fonction mesurable;
- b). $f(x)$ a des valeurs finies en des points formant un ensemble dense partout de mesure positive.

Pour une telle fonction nous avons trois théorèmes fondamentaux :

THÉORÈME I. — *L'ensemble des points où le nombre dérivé supérieur d'un côté est $+\infty$ coïncide avec celui des points où le nombre dérivé inférieur du côté opposé est $-\infty$, à une épaisseur nulle près.*

C'est-à-dire que, où

$$\begin{array}{ll} f_+(x) = +\infty, & \text{ nous aurons } f_-(x) = -\infty, \\ f_-(x) = +\infty, & \text{ » } f_+(x) = -\infty, \end{array}$$

et *vice versa*, sauf dans un ensemble de mesure nulle.

THÉORÈME II. — *L'ensemble des points où $f(x)$ a d'un côté déterminé une dérivée unilatérale infinie contient l'ensemble des points où la fonction primitive $f(x)$ est infinie; ces deux ensembles ont la même mesure.*

Combinant ce théorème avec celui du paragraphe 1, nous avons pour notre fonction le théorème de Lusin :

L'ensemble des points où $f(x)$ possède une dérivée $f'(x)$ infinie est de mesure nulle.

THÉORÈME III. — *L'ensemble des points où un des nombres dérivés supérieurs et un des nombres dérivés inférieurs sont finis et inégaux est de mesure nulle.*

C'est-à-dire, en tenant compte du théorème du paragraphe 1, que les

points où

$$f_+(x) = c, \quad f^+(x) = c', \quad \text{ou} \quad f_+(x) = c, \quad f^-(x) = c' \quad (-\infty < c < c' < +\infty)$$

forment un ensemble de mesure nulle, et de même quand on change $+$ en $-$, et $-$ en $+$.

3. Ces théorèmes ont été donnés par M. Denjoy dernièrement pour les fonctions continues ⁽¹⁾, et moi-même j'avais aussi donné le premier théorème pour une fonction primitive continue. Les méthodes ou les résultats de M. Denjoy peuvent être employés ici, mais les démonstrations que j'ai choisies sont modelées sur celle que mon mari et moi nous avons donnée pour le théorème de M. Lebesgue sur les fonctions monotones, où l'on n'emploie pas la notion du transfini ⁽²⁾.

La généralité des résultats repose sur une extension du théorème de M. Egoroff ⁽³⁾ :

THÉORÈME. — *Si une suite de fonctions mesurables converge pour tous les points d'un ensemble T de mesure positive, on peut toujours enlever de l'ensemble T un ensemble de mesure aussi petite que l'on veut et tel que pour l'ensemble complémentaire T' la suite est uniformément convergente.*

En suivant la voie indiquée par M. Lusin pour les fonctions finies presque partout ⁽⁴⁾, on trouve que notre fonction $f(x)$ a la propriété que dans l'ensemble S des points où elle est finie, on peut toujours trouver un ensemble parfait S' de mesure aussi voisine que l'on veut de celle de S et tel que par rapport à l'ensemble S' la fonction $f(x)$ soit continue. En restant dans l'ensemble S' les méthodes valables pour les fonctions primitives continues conduisent aux démonstrations désirées.

4. Ces quatre théorèmes fondamentaux nous donnent une foule de corollaires intéressants. Nous ne citons que le suivant :

Une fonction $f(x)$ mesurable, finie presque partout, dont les nombres dérivés sont finis presque partout, possède une dérivée $f'(x)$ presque partout.

⁽¹⁾ *Journ. de Math.*, 7^e série, t. 1, 1915, p. 105-240.

⁽²⁾ *Proc. London Math. Soc.*, 2^e série, t. 9, 1910, p. 329.

⁽³⁾ *Comptes rendus*, t. 152, 1911, p. 244.

⁽⁴⁾ *Comptes rendus*, t. 154, 1912, p. 1688.

MÉCANIQUE. — *Sur la mesure de la puissance des moteurs au banc-balance.* Note de MM. MAURICE LE PEN et JEAN VILLEY, présentée par M. E. Bouty.

La mesure de la puissance des moteurs au banc-balance comporte un certain nombre de causes d'erreur, qui méritent attention car elles peuvent prendre, dans certains cas, une importance considérable.

Le principe de cette mesure est le suivant :

Le freinage est réalisé par un moulinet ou une hélice, calés sur l'arbre moteur. Le moteur est boulonné sur un cadre qui peut osciller autour d'un axe fixe parallèle à l'arbre moteur. Pour maintenir ce cadre en équilibre, malgré la réaction de l'air sur le moulinet, on fixe, sur un bras horizontal faisant corps avec lui, perpendiculaire à l'axe d'oscillation, un poids convenable P , à la distance voulue l du plan vertical de l'axe d'oscillation. Si ω est la vitesse angulaire du moulinet, on calcule la puissance W du moteur par la formule $W = P.l.\omega$.

La formule exacte est en réalité $W = C.\omega$, en appelant C le moment moyen, *par rapport à l'arbre moteur*, des forces freinantes exercées par l'air ; et l'égalité $C = P.l$, implicitement admise comme exprimant l'équilibre du banc, peut être pratiquement très inexacte pour diverses raisons.

En premier lieu, d'autres forces interviennent encore dans cet équilibre, qui sont :

Les réactions de l'échappement sur l'air extérieur ; à moins qu'elles ne soient symétriquement distribuées par rapport au plan vertical de l'axe d'oscillation, ou que leurs directions ne soient dans un plan passant par cet axe et les efforts qu'exercent, sur le corps du moteur, les tourbillons et courants d'air créés par le moulinet ou l'hélice ; surtout quand l'essai est réalisé avec une hélice tractive, pour refroidir le moteur (les courants d'air d'origine extérieure, s'il y en a, peuvent bien entendu agir de même).

D'autre part, en supposant prises toutes les précautions voulues pour annuler ces forces parasites ou leur moment moyen par rapport à l'axe d'oscillation, il reste une autre cause d'erreur, très importante dans certains cas :

L'axe de l'arbre moteur et l'axe d'oscillation du banc ne sont pas confondus ; des considérations pratiques de construction conduisent à les placer l'un au-dessus de l'autre à une distance h qui est, en général, de plusieurs décimètres. Si les forces freinantes exercées par l'air se réduisaient sans

cesse à un couple, leur moment moyen aurait la même valeur C *par rapport à l'axe d'oscillation* que *par rapport à l'axe moteur* qui lui est parallèle. Mais s'il n'en est pas ainsi, elles seront, à chaque instant, équivalentes : à un couple, dont le moment moyen sera encore égale à C , plus une force f appliquée sur l'arbre moteur. Cette force f , fonction, en grandeur et direction, de l'azimut ωt du moulinet, n'intervient pas dans l'évaluation du travail produit, puisque son point d'application reste fixe; mais, transmise par l'arbre à ses paliers, elle intervient dans l'équilibre du banc, par son moment $fh \cos \omega t$, au même titre que le poids sur son levier. La valeur moyenne géométrique de son moment est déterminée par les dissymétries des résistances rencontrées par les pales du moulinet le long de leur trajectoire circulaire.

La proximité du sol et du banc lui-même créent des dissymétries de ce genre, qui seraient rigoureusement nulles dans le seul cas où tous les obstacles rencontrés par les filets d'air auraient la symétrie de révolution autour de l'axe du moulinet. Si le moulinet tourne à l'intérieur d'une grande boîte formant turbine à air (souvent utilisée pour éviter les projections d'huile), les dissymétries deviennent particulièrement accusées, car, dans son mouvement circulaire sensiblement uniforme, chaque pale, en approchant de l'orifice d'évacuation tangentielle, attaque l'air qui la baigne avec une vitesse relative décroissante : des mesures réalisées dans ces conditions, sur des moteurs de 80 et de 110 chevaux, ont fait apparaître des erreurs qui peuvent atteindre 20 pour 100. Le vent, naturel (essais en plein air) ou artificiel (essais simultanés sur plusieurs bancs d'essai voisins les uns des autres), provoque aussi des dissymétries de ce genre.

On peut remarquer que la force tournante périodique f est susceptible de provoquer des vibrations analogues à celles qu'introduisent les défauts d'équilibrage.

Il est bon d'ajouter que ces diverses causes d'erreur peuvent être pratiquement réduites à peu de chose, et que le banc-balance reste un procédé d'essai très commode et particulièrement avantageux pour déceler, par ses oscillations, les moindres variations instantanées du couple moteur.

PHYSIQUE. — *Sur la cristallisation de l'oxyde de phényle*. Note ⁽¹⁾
de M. C. DAUZÈRE, présentée par M. E. Bouty.

La solidification d'un cristal est accompagnée en général d'une brusque variation de volume : il doit donc y avoir aspiration ou refoulement du liquide par le solide en formation selon que le volume augmente ou diminue. Pour cette raison, la croissance d'un cristal doit provoquer dans le liquide qui le nourrit divers mouvements qui doivent influer sur la propagation ultérieure de la cristallisation.

J'ai observé de tels mouvements en suivant au microscope à un faible grossissement (50 à 60 diamètres), la cristallisation de l'oxyde de phényle pur (orthorhombique) qui fond à 28° et se maintient facilement en surfusion à la température ordinaire.

Dans un petit cristalliseur en verre mince, j'ai fondu une masse suffisante de ce corps pour avoir une épaisseur de 2^{mm} à 3^{mm}, et j'ai placé le vase contenant le liquide surfondu sur la plate-forme d'un microscope; la transparence du liquide et des cristaux rend l'éclairage et l'observation faciles. On provoque la cristallisation en introduisant un petit fragment de la matière cristallisée dans le liquide. Cette cristallisation est lente : à 20° elle dure de 20 à 30 minutes; on peut suivre ses progrès en laissant l'œil à l'oculaire du microscope dont on modifie la mise au point s'il est nécessaire pendant l'observation.

La surface du fragment cristallin introduit est en général très irrégulière; elle se régularise bientôt par *cicatrisation*, comme l'a établi M. Maurain ⁽²⁾. Cette cicatrisation et la croissance ultérieure du cristal déterminent deux sortes de mouvements par lesquels se fait l'apport des matériaux liquides dont le cristal se nourrit.

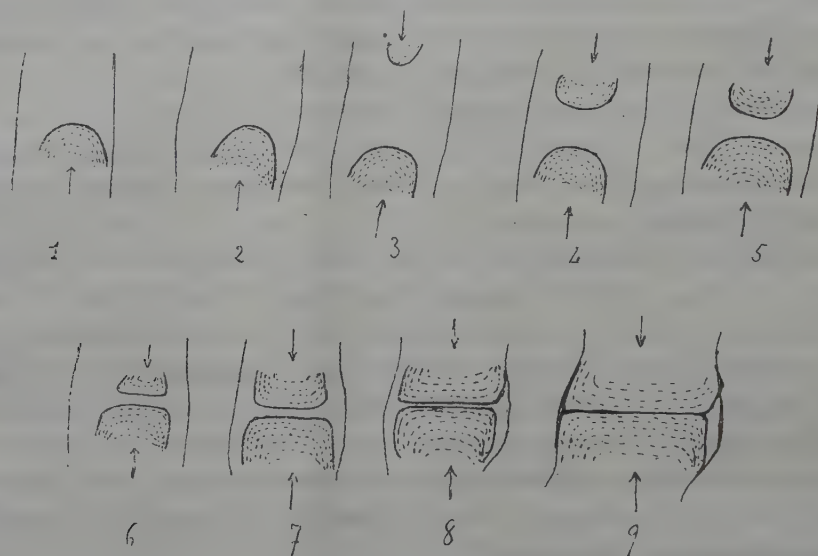
Un premier mouvement d'afflux du liquide vers le cristal se manifeste dans toute la masse et provoque des tourbillons au voisinage du cristal.

Un deuxième mouvement de nature ondulatoire s'observe sur les parties planes de la surface de contact entre le cristal et le liquide. Il consiste en une série de rides ou de stries fines et serrées qui parcourent continuellement les faces naissantes. Elles sont tout à fait comparables aux ondes que l'on produit par une agitation continue d'un point de la surface libre d'une

⁽¹⁾ Séance du 6 mars 1916.

⁽²⁾ MAURAIN, *Les états physiques de la matière*, p. 92.

nappe liquide; nous les appellerons les *ondes de cristallisation*. Elles contournent les obstacles tels que les grains de poussière placés sur leur trajet; elles passent par les petites ouvertures, après lesquelles elles s'épanouissent de nouveau par une sorte de diffraction. Elles sont dirigées vers les arêtes en formation, vers lesquelles elles tournent leur convexité; elles disparaissent en rencontrant ces arêtes. Sous leur poussée constamment renouvelée, les arêtes se rectifient, les irrégularités s'effacent; des cristaux volumineux



Étapes successives de la formation des arêtes et des faces d'un petit cristal. Les contours ont été calqués sur des photographies. On a figuré les ondes de cristallisation en pointillé; leur sens de marche est indiqué par des flèches.

sont ainsi sculptés peu à peu par le travail des ondes, avec des faces planes unies et des arêtes rectilignes sur une grande longueur.

Parfois le travail des ondes de cristallisation a pour conséquence la production d'une série de petits cristaux à arêtes et à axes cristallographiques parallèles, qui se développent sur une face plane un peu étendue de cristal primitif. J'ai pu assister à l'évolution complète des arêtes et des faces de ces petits cristaux. Perpendiculairement à l'une des arêtes limitant la face primitive, se développent d'abord en creux des sillons vaguement parallèles entre lesquels se meuvent les ondes de cristallisation. On voit apparaître bientôt des arcs réguliers transversaux en relief; chacun d'eux forme le contour d'une facette embryonnaire inclinée sur le plan de la face primitive. Ce contour a la même forme que les ondes de cristallisation qui marchent vers lui en remontant le plan de la facette et s'évanouissent en l'atteignant. D'autres facettes moins visibles, inclinées en sens inverse, se développent à l'opposé et à côté des premières; elles sont le siège d'un mouvement ondulatoire inverse. Les contours des

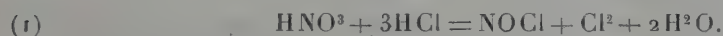
deux facettes opposées sont poussés par les ondes de chaque côté et s'appliquent l'un sur l'autre en se rectifiant; l'arête d'un petit cristal se trouve ainsi constituée, elle se consolide peu à peu et bientôt le cristal est entièrement formé. On obtient finalement entre les sillons longitudinaux du début des séries de petits cristaux dont les arêtes et les axes sont parallèles.

En résumé, les ondes de cristallisation paraissent jouer un rôle important dans la cristallisation de l'oxyde de phényle. Ce sont elles qui interviennent dans la cicatrisation des cristaux irréguliers; ce sont elles qui édifient les faces et les arêtes des petits cristaux. Les arêtes sont des lignes d'arrêt du mouvement ondulatoire, arrêt provoqué soit par un mouvement ondulatoire inverse, soit par toute autre cause.

CHIMIE PHYSIQUE. — *Sur le mécanisme des réactions dans l'eau régale.*

Note de M. E. BRINER, présentée par M. Georges Lemoine.

Bien que l'eau régale soit connue et utilisée depuis le VIII^e siècle (Geber), on s'est fort peu préoccupé du mécanisme de ses réactions. Le but principal de ces recherches a été d'établir nettement la réversibilité de la réaction suivante qui apparaît déjà en germe dans les travaux antérieurs :



Partant d'observations plus récentes (1), faites sur les systèmes formés à partir de H_2O et des oxydes supérieurs de l'azote, il était à prévoir que, mis à réagir en vase clos, les acides nitrique et chlorhydrique donneraient lieu à une phase liquide, renfermant NOCl et Cl_2 , coexistant en équilibre avec la phase aqueuse. C'est en effet ce que montre un essai qui constitue une facile expérience de cours.

Dans un tube de verre à parois pas trop minces, fermé à une extrémité, on ajoute à 1 partie d'acide nitrique concentré 3 parties environ d'acide chlorhydrique concentré. La couche de contact prend assez rapidement une coloration jaune brun, qui témoigne que la réaction commence déjà. Pour la ralentir, on place le tube dans un mélange réfrigérant; on le ferme alors à son autre extrémité en l'étirant au chalumeau. Il est plongé ensuite dans l'eau à l'ébullition; la réaction s'accélère, les gaz se dégagent tumultueusement, le liquide se trouble et finalement, en dessous de la phase aqueuse, se rassemble une autre phase liquide présentant la belle coloration rouge du chlorure de nitrosyle. A la température ordinaire, ces mêmes phénomènes se produi-

(1) BRINER et DURAND, *Comptes rendus*, t. 155, 1912, p. 582 et 1495.

sent, mais beaucoup plus lentement, car l'équilibre demande une dizaine d'heures pour s'établir.

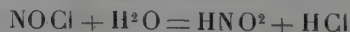
La phase liquide inférieure, à côté de Cl^2 et de NOCl , renferme aussi en solution une petite quantité de la phase aqueuse qui la surmonte. De même celle-ci, outre les acides primitifs, contient du chlore et du chlorure de nitrosyle qui lui donne sa coloration. Dans la phase gazeuse se trouvent naturellement tous les constituants du système, mais surtout Cl^2 et NOCl . D'après d'autres essais, la phase des gaz liquéfiés ne se forme pas si l'un des deux acides est en excès suffisant ou si les acides sont dilués. Il y a cependant production de Cl^2 et NOCl ; mais, la saturation n'étant pas atteinte, ces corps restent en solution dans la phase aqueuse qui en est plus ou moins colorée. En effet, si l'on place le système dans l'une des branches d'un tube en U renversé, l'autre étant plongée dans le mélange réfrigérant neige carbonique-alcool, il s'y condense un liquide présentant la couleur de NOCl .

Afin de préciser les conditions d'équilibre, nous avons construit une série d'appareils de verre, pourvus d'un manomètre à air comprimé et d'un agitateur électromagnétique et renfermant différentes proportions d'acides nitrique et chlorhydrique à des concentrations variées. Nous avons alors constaté que la pression est la même dans tous les appareils comportant la phase des gaz liquéfiés à côté de la phase aqueuse. Sans entrer dans les détails de ces expériences, qui seront exposés dans un autre Recueil, voici quelques pressions observées :

Températures.	I (1).	II (2).	III (3).
0°	2 ^{atm} , 86	2 ^{atm} , 84	2 ^{atm} , 84
20°, 5-21°	5 ^{atm} , 2	5 ^{atm} , 1	5 ^{atm} , 1

Ainsi donc, dans les limites où nous avons opéré, le système est monovariant : trois phases et deux composants indépendants. Ceux-ci seront par exemple les corps HCl et HNO^3 , à l'aide desquels on peut reproduire tous les autres constituants d'après la réaction (1) qui doit être alors considérée comme parfaitement réversible. Si les acides sont trop dilués, la phase des gaz liquéfiés n'existe pas et les pressions décroissent avec l'augmentation de la dilution.

Pour mettre en évidence le caractère de réversibilité des réactions dans l'eau régale, on peut partir de la réaction



(1) HNO^3 à 70 pour 100, 1 partie; HCl à 37 pour 100, 2 parties.

(2) HNO^3 à 70 pour 100, 1 partie; HCl à 37 pour 100, 3 parties.

(3) HNO^3 à 77 pour 100, 1 partie; solution de HCl saturée à — 20°, 3 parties.

et faire agir le chlore suivant



Le chlore assure ainsi la régénération de HNO^3 et HCl à partir de HNO^2 et H^2O , en sorte que, par sommation des deux équations, on retrouve en sens inverse l'équilibre précité.

Reste à examiner l'*influence de la température*. D'après le principe de l'équilibre mobile, la réaction (1), qui est favorisée par l'élévation de température et suivie d'un accroissement de pression, doit absorber de la chaleur. En effet, en tenant compte des chaleurs de dissolution, ce qui est nécessaire puisque la réaction s'effectue en milieu aqueux, on trouve, conformément à la théorie, pour la chaleur de cette réaction, des valeurs négatives : -20^{Cal} environ, si l'on part de solutions de HCl à 37 pour 100 et de HNO^3 à 70 pour 100 et -27^{Cal} environ, si la dilution de ces acides est double (1). La réaction étant endothermique et caractérisée par ces chiffres, on s'explique pourquoi, afin d'activer le dégagement de chlore, il convient de chauffer et d'autant plus fortement que les acides sont plus dilués.

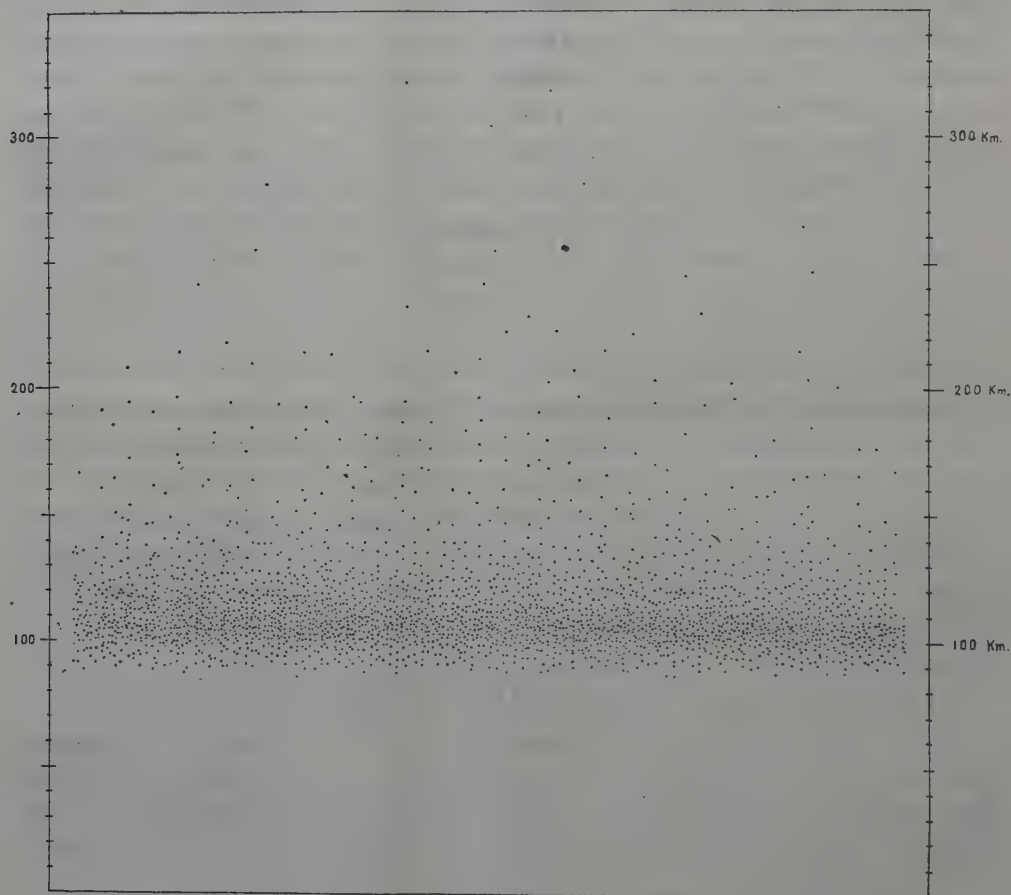
Relatons en terminant une petite observation qui corrobore bien ces vues. En mélangeant les deux acides dans un récipient, présentant une isolation thermique convenable (éprouvette Dewar), muni d'un thermomètre et d'un agitateur, on constate, au début, une élévation rapide de température de quelques degrés; la température redescend ensuite progressivement et se maintient à 2° environ au-dessous de celle des liquides avant leur mélange, ce qui atteste bien l'absorption de chaleur due à la réaction. L'élévation de température du début provient simplement de l'action de HCl sur l'eau de la solution de HNO^3 , les chaleurs de dissolution et de dilution de cet acide étant faibles par rapport à celles de HCl . En effet, dans le même récipient, quelques gouttes d'eau, représentant à peu près l'eau contenue dans la solution de HNO^3 , ajoutées à la solution de HCl , ont provoqué une élévation de température de 5° environ. C'est cette chaleur, disponible lors du mélange, qui contribue à favoriser au commencement la réaction endothermique.

(1) Les chaleurs de formation utilisées dans ce calcul ont été relevées dans les Tables thermochimiques; pour celle de NOCl , qui n'y figure pas, nous avons adopté la valeur -7^{Cal} déterminée récemment (BRINER et PYLKOFF, *J. Chim. phys.*, t. 10, 1912, p. 640). En calculant la chaleur de réaction à partir des corps anhydres, on aboutit à une valeur positive : 22^{Cal} environ.

PHYSIQUE DU GLOBE. — *L'altitude des aurores boréales observées de Bossekop pendant le printemps de l'année 1913.* Note (1) de M. CARL STÖRMER, présentée par M. Appell.

Dans les *Comptes rendus* du 16 juin 1913, j'ai annoncé les premiers résultats d'une expédition à Bossekop, dans la Norvège septentrionale, au mois de mars 1913.

Le grand nombre de photographies simultanées d'aurore, prises des



deux stations Bossekop et Store Korsnes (base $27^{\text{km}},5$), sont maintenant mesurées et calculées, ce qui a donné non moins de 2500 déterminations sûres de l'altitude des aurores boréales.

(1) Séance du 28 février 1916.

Sur la figure on peut voir ce résultat, chaque altitude étant marquée par un point.

La fréquence relative de chaque altitude observée peut être vue dans la Table suivante :

Altitude en kilomètres.	Nombre de points.	Altitude en kilomètres.	Nombre de points.
85.....	0	122.....	40
86.....	1	123.....	24
87.....	2	124.....	28
88.....	8	125.....	33
89.....	11	126.....	25
90.....	21	127.....	27
91.....	25	128.....	24
92.....	28	129.....	18
93.....	30	130.....	15
94.....	34	131.....	11
95.....	36	132.....	17
96.....	41	133.....	13
97.....	43	134.....	16
98.....	48	135.....	12
99.....	66	136.....	8
100.....	70	137.....	16
101.....	84	138.....	10
102.....	79	139.....	17
103.....	91	140.....	6
104.....	72	141.....	8
105.....	101	142.....	9
106.....	99	143.....	7
107.....	95	144.....	3
108.....	85	145.....	4
109.....	75	146.....	9
110.....	73	147.....	9
111.....	70	148.....	8
112.....	72	149.....	7
113.....	72	150.....	0
114.....	55	151.....	2
115.....	67	152.....	5
116.....	39	153.....	3
117.....	49	154.....	2
118.....	54	155.....	4
119.....	39	156.....	4
120.....	52	157.....	4
121.....	24	158.....	3

Altitude en kilomètres..	Nombre de points.	Altitude en kilomètres.	Nombre de points.
159.....	6	170.....	2
160.....	5	171.....	3
161.....	2	172.....	3
162.....	5	173.....	1
163.....	0	174.....	2
164.....	4	175.....	1
165.....	2	176.....	1
166.....	4	177.....	4
167.....	2	178.....	1
168.....	1	179.....	0
169.....	3	180.....	4

Au-dessus de 180^{km}, il y a quelques points qu'on peut voir sur la figure; ils correspondent pour la plus grande part aux rayons auroraux.

Il est bien possible que les nombres donnés ci-dessus puissent subir quelques altérations de détails par de nouvelles mesures et calculs; mais les traits essentiels sont probablement bien fondés.

Nous n'entrons pas ici dans des détails et ne faisons aucune comparaison entre les observations et la théorie des aurores boréales; ces questions font l'objet d'une série d'articles qui sont en cours de publications dans le *Terrestrial Magnetism and atmospheric Electricity*, Washington.

PHYSIQUE DU GLOBE. — *Perturbations de la déclinaison magnétique à Lyon (Saint-Genis-Laval) pendant le troisième trimestre de 1915.* Note de M. PH. FLAJOLET, présentée par M. B. Baillaud.

Le dépouillement des courbes du déclinomètre Mascart, pendant le troisième trimestre de 1915, fournit la répartition suivante des jours perturbés :

Échelle		Juillet.	Août.	Septembre.	Totaux du trimestre.
0	Jours parfaitement calmes...	7	6	7	20
1	Perturbations de 1' à 3'...	14	10	10	34
2	» 3' à 7'...	6	8	4	18
3	» 7' à 15'...	4	6	5	15
4	» 15' à 30'...	0	1	4	5
5	» > 30'...	0	0	0	0

Les perturbations les plus fortes se sont présentées les : 26 août (15'); 22 septembre (26').

Par comparaison avec le deuxième trimestre ⁽¹⁾, on remarque qu'il y a eu augmentation de 3 jours calmes, de 1 jour de la cote 2 et de 2 jours de la cote 4; puis diminution de 1 jour aux cotes 1, 3 et 5.

HYDROLOGIE. — *Le manganèse dans quelques sources du massif pyrénéen.*

Note ⁽²⁾ de MM. F. JADIN et A. ASTRUC, présentée par M. Guignard.

Nos recherches sur la présence du manganèse dans les divers groupes d'eaux minérales françaises n'avaient point encore porté sur le type particulier de sources qui abonde dans les Pyrénées.

Remarquablement riche en eaux thermales, le massif pyrénéen présente, plus particulièrement sur le versant français, de nombreuses stations sulfurées sodiques, à température élevée, très faiblement minéralisées et en relation avec les terrains anciens. Nous ne pouvions omettre d'effectuer les déterminations nécessaires pour avoir une idée générale sur la teneur en manganèse de ces eaux, pour établir une comparaison avec les quelques sources triasiques et volcaniques qu'on rencontre dans le même massif et pour étendre, si possible, le parallélisme de ces observations aux diverses régions hydrologiques de notre pays, déjà étudiées dans des Notes antérieures ⁽³⁾.

Voici, en milligrammes, les chiffres qui représentent les dosages de manganèse par litre d'eau :

Cauterets, source César.....	0,001	Thuès-les-Bains, source St-André.	0,002
» » La Raillère....	0,001	» » Molitg ..	0,002
» » Mauhourat....	0,001	» » Gare....	0,002
La Preste, source Apollon.....	0,001	» » n° 13....	0,002
» » La Cadène....	0,001	» » Hortet....	0,002
La Fou.....	0,001	» » n° 12 bis.	0,010
Barèges, source Saint-Roch.....	0,002	Eaux-Bonnes, source Froide.....	0,001
» » Nouvelle.....	0,002	» » Orteig.....	0,001
» » Tambour.....	0,008	» » Vieille.....	0,002
Luchon, source Pré n° 1.....	0,001	St-Christau, source des Arceaux ..	0,001
» » n° 2.....	0,001	» » Prieuré.....	0,001
» » Reine.....	0,002	Dax, source Municipale.....	0,001
» » des Romains.....	0,018	Barbotan, s ^{te} Puits artésien n° 1..	0,005

(1) Voir *Comptes rendus*, t. 161, 1915, p. 737.

(2) Séance du 6 mars 1916.

(3) *Comptes rendus*, t. 158, 1914, p. 903; t. 159, 1914, p. 332; t. 162, 1916, p. 196.

Barbotan. s ^{co} Puits artésien n° 2..	0,003	Bagnères-de-Bigorre (<i>suite</i>) :	
» » » » n° 3..	0,005	Source Salut.....	0,002
» » Ferro-manganique..	0,340	» Lapeyrie.....	0,002
Capvern, source Houn-Caoude...	0,005	» Saint-Roch.....	0,005
» » Bouridé.....	0,005	» Le Foulon.....	0,010
Audinac, source Louise.....	0,001	» Platane.....	0,012
» » des Yeux.....	0,001	» Le Dauphin.....	0,015
» » Grande Source..	0,012	» Salies.....	0,015
Ussat-les-Bains, source Fraxine..	0,010	» Marie-Thérèse.....	0,020
» » Germaine..	0,010	» La Rampe.....	0,030
Aulus, source Bacqué.....	0,050	» Fontaine ferrugineuse..	0,450
» » Darmagnac.....	0,060	Encausse, Grande-Source.....	0,330
» » des Trois Césars...	0,070	Saint-Boès.....	0,360
» » Nouvelle.....	0,070	Salies-de-Béarn, source Bayaa...	3,000
» » Sainte-Marie.....	0,074	Alet, source Buvette.....	0,001
» » Ferrugineuse.....	0,076	Le Boulou, source Boulou.....	0,090
» » Purgative.....	0,080	» » Clémentine... ..	0,150
Bagnères-de-Bigorre :		» » Saint-Martin..	0,150
Source Labassère.....	0,001	Orezza.....	3,000

De ce Tableau, envisagé dans son ensemble, découlent les observations suivantes :

Tout d'abord, une constatation spéciale aux eaux du massif pyrénéen a trait à l'extrême faiblesse en manganèse des stations sulfurées sodiques et chlorosulfurées sodiques.

Les autres catégories d'eaux minérales pyrénéennes (Saint-Christau, Dax, Barbotan, Capvern, Audinac, Ussat) sont également peu riches en manganèse, malgré leur constitution chlorosulfatée calcique, sulfatée calcique, etc. Cela tient sans doute à leur faible teneur en matières salines. Rapprochées des eaux des Vosges par leur minéralisation totale, ces sources possèdent aussi des quantités de manganèse fort comparables.

Et, lorsque la minéralisation est un peu plus prononcée (Aulus, Bagnères-de-Bigorre, Encausse), sans qu'elle égale toutefois celle des eaux chlorosulfatées alpines, nous rencontrons, parallèlement, des doses de manganèse plus élevées que dans les sources pyrénéennes précédentes, mais inférieures à celles que nous avons relatées pour les stations des Alpes en question.

Au surplus, la source Bayaa, chlorurée sodique, de Salies-de-Béarn, quinze fois plus chargée en sels que la station alpine de Salins-le-Moutier, contient au moins dix fois plus de manganèse.

Une observation de même nature résulte des analyses des eaux bicarbonatées d'Alet et du Boulou : les premières, faiblement minéralisées, ne

contiennent que des traces de manganèse; les secondes sont incomparablement plus riches : c'est là un rapprochement très étroit entre les eaux du Boulou et les eaux de Vichy.

Il paraît donc exister un certain parallélisme entre la richesse d'une eau minérale en manganèse et sa minéralisation totale; cela découle de l'ensemble des résultats, bien qu'ici, comme dans les autres massifs étudiés, il y ait des différences parfois très élevées entre les eaux des diverses sources d'une même station.

Enfin, l'observation que nous avons faite déjà maintes fois, d'une eau plus fortement manganésifère lorsqu'elle est ferrugineuse, se vérifie encore dans le massif pyrénéen.

Indiquons, en terminant, que si les eaux sulfurées sodiques sont extrêmement peu chargées en manganèse, on rencontre néanmoins cet élément en assez grande abondance dans la végétation algologique qui se développe dans ces sources.

Ainsi nous avons trouvé, pour les sulfuraires de quatre sources différentes de Thuès-les-Bains et pour la barégine des eaux de Barèges, les chiffres suivants en milligrammes de manganèse :

	Pour 100 ^s		
	de poids frais.	de poids sec.	de cendres.
1. Sulfuraires	0,080	3,170	40,000
2. »	2,000	32,780	80,000
3. »	0,200	4,080	100,000
4. »	0,500	8,470	100,000
5. Barégine	3,000	63,000	80,000

Ces nombres, relativement très élevés, montrent bien que le végétal, quoique vivant dans un milieu très pauvre en manganèse, s'approprie largement cet élément : c'est là une nouvelle preuve de l'extrême diffusion du manganèse dans la nature et du rôle essentiel qu'il doit jouer dans les phénomènes biologiques.

BOTANIQUE. — *Apparition des tissus et des régions dans le sommet de la tige des Phanérogames.* Note de M. H. BOUYGUES, présentée par M. Gaston Bonnier.

Les recherches que je poursuis depuis de nombreuses années, concernant l'origine, le développement et l'anatomie des tissus, m'amènent à

émettre aujourd'hui les quelques considérations suivantes sur le sommet de la tige des plantes phanérogames.

A l'origine, la tige ne présente réellement dans le voisinage de son sommet que deux régions nettement distinctes : 1° un épiderme; 2° un méristème général.

L'épiderme est formé d'une seule assise de cellules se cloisonnant exclusivement dans le sens radial.

Le méristème général est constitué par un ensemble d'éléments dans lesquels les cloisonnements apparaissent dans toutes les directions de l'espace.

Portons spécialement notre attention sur ce méristème général.

Au voisinage immédiat du sommet aucune des cellules de ce méristème ne se met en évidence au milieu des autres et ne doit en être distinguée. Aucune d'elles, en effet, ne présente de caractères spécifiques qui puissent autoriser une telle individualisation et encore moins lui subordonner l'existence des autres éléments du méristème général. Mais à mesure qu'on s'éloigne du sommet l'activité de cloisonnement de ce méristème ne se maintient pas la même dans tous ses éléments. Il faut alors, pour la description, distinguer deux cas :

Premier cas. — Dans les tiges possédant des faisceaux libéro-ligneux distincts, l'activité du cloisonnement se ralentit d'abord dans les éléments du centre tandis qu'elle se maintient au contraire la même dans ceux de la périphérie. Il en résulte la formation de deux régions, différant l'une de l'autre par la grandeur des éléments (les cellules du centre étant beaucoup plus grandes) et la fréquence des cloisonnements.

La région interne engendre la moelle. Quant à la région annulaire, encore homogène, elle engendre au contraire le méristème prévasculaire et l'écorce.

A cet effet l'activité de cloisonnement, jusqu'à présent la même pour tous les éléments de la zone annulaire, se localise à une distance variable de l'épiderme et y engendre un anneau de méristème prévasculaire. Il reste alors, en dehors de celui-ci, une zone du méristème général que l'épiderme limite vers l'extérieur. Cette zone constitue l'écorce.

L'individualisation de cette partie de la tige est donc tardive et elle est, en quelque sorte, négative : l'écorce n'étant que le reste du méristème général périphérique non passé à l'état prévasculaire.

Deuxième cas. — Dans les tiges dépourvues de faisceaux libéro-ligneux distincts (*Callitriche aquatica*; *Hottonia palustris*; *Eloдея canadensis*; etc.), l'activité de cloisonnement se ralentit d'abord dans les éléments de la périphérie tandis qu'elle devient plus rapide dans les éléments du centre. Les cellules qui subissent ce cloisonnement plus actif ne grandissent pas d'une manière correspondante. Il en résulte un

amas central nettement délimité de la zone annulaire. Le méristème général comporte dès lors, à ce niveau, deux régions qui diffèrent l'une de l'autre par la grandeur des éléments (les cellules de la périphérie étant de beaucoup plus grandes que les cellules du centre) et par la différence de vitesse de cloisonnement.

La région externe engendre l'écorce qui est ainsi individualisée de très bonne heure : différence avec le cas des tiges à faisceaux libéro-ligneux distincts. Quant à l'amas central il est entièrement ou partiellement prévasculaire. Dans le premier cas la différenciation libéro-ligneuse s'étend jusqu'au centre de l'organe et celui-ci est dépourvu de moelle; dans le second cas cette même différenciation n'atteint jamais le centre et la tige comporte alors une moelle à laquelle peut se substituer plus tard une lacune. Aucune moelle n'apparaît donc dès le début : nouvelle différence avec le cas des tiges à faisceaux libéro-ligneux distincts.

En résumé, si l'on s'en tient à ce qu'on voit :

1° La seule distinction qu'on puisse établir dans le sommet de la tige des plantes phanérogames est celle d'un épiderme primitif recouvrant un méristème général, primitif aussi, mais homogène;

2° A une petite distance du sommet un méristème prévasculaire se différencie aux dépens du méristème général; en coupe transversale ce méristème prévasculaire est reconnaissable à la petitesse de ses éléments cellulaires et il affecte la forme soit d'un anneau, soit d'un cercle plein;

3° Ce qui reste du méristème général en dehors du méristème prévasculaire constitue toujours l'écorce primitive; ce qui reste au dedans, lorsqu'il y a un reste, constitue la moelle primitive.

L'écorce et la moelle ne sont donc individualisées qu'à une certaine distance du sommet. Leur individualisation n'est jamais propre et elles peuvent être considérées comme représentant constamment de simples restes du méristème général primitif, c'est-à-dire des portions de celui-ci qui ne sont pas transformées en méristème prévasculaire.

BOTANIQUE. — *Sur les variations spécifiques du chimisme et de la structure provoquées par le greffage de la Tomate et du Chou Cabus.* Note de M. LUCIEN DANIEL, présentée par M. Gaston Bonnier.

Dans une Note antérieure (1) j'ai montré que l'on peut, à l'aide du greffage siamois, par rapprochement, obtenir des unions anatomiques

(1) LUCIEN DANIEL, *Sur les limites de possibilité du greffage dans les végétaux* (*Comptes rendus*, t. 131, 1900, p. 192).

persistantes entre plantes de familles très éloignées en classification. Dans de telles parabioses ⁽¹⁾, autrefois confondues avec les greffes en approche, chacun des associés, simplement relié à son associé par des tissus cicatriciels, conserve le libre usage de ses appareils propres et n'emprunte pas ceux du voisin. Il semble donc qu'une telle union soit celle qui doive le moins se prêter aux réactions mutuelles et aux échanges réciproques de matières. Cependant, ainsi que les faits vont le démontrer, il arrive parfois qu'elle amène des changements anatomiques très profonds chez l'un ou l'autre conjoint.

Considérons, par exemple, la Tomate et le Chou Cabus. Parmi les caractères spécifiques qui, anatomiquement, différencient ces deux plantes, on peut citer la présence, chez la Tomate, des masses d'oxalate de chaux sableux et d'un liber médullaire interne qui manquent chez le Chou Cabus. Dennert, puis Briosi ont bien indiqué des faisceaux bicollatéraux chez des Crucifères, en particulier chez le *Brassica fruticulosa* et l'*Erucastrum virgatum*. Même s'il en était ainsi, ce liber serait très différent du liber interne médullaire de la Tomate. Or, John Briquet a montré que ces auteurs ont confondu, avec le liber, l'endoxyle ou tissu ligneux non épaissi qui est voisin du bois primaire. M^{lle} Jacob de Cordemoy, qui a fait une étude spéciale du genre Chou ⁽²⁾, n'a jamais rencontré, dans les diverses espèces et races, « un tissu comparable à du liber interne ». Je puis confirmer cette observation d'après mes propres recherches sur les Crucifères et celles de mon fils Jean Daniel ⁽³⁾.

Au cours de recherches d'ordre général sur les résultats des diverses symbioses que j'ai réalisées depuis 1890, j'ai étudié les procédés de cicatrization à l'aide desquels s'était établie la soudure entre la Tomate et le Chou Cabus greffés en 1900. Dans l'échantillon conservé dans l'alcool, la soudure était parfaite; la communication entre les deux plantes s'était effectuée à la fois par les parenchymes médullaires très étendus et par les bois qui étaient soit accolés directement, soit réunis par des parenchymes de réparation. Ce premier fait, que j'ai constaté dans d'autres parabioses, montre bien que, si les greffes entre plantes éloignées échouent souvent,

⁽¹⁾ LUCIEN DANIEL, *Classification rationnelle des symbioses (Revue générale de Botanique, t. 25 bis, 1914).*

⁽²⁾ JACOB DE CORDEMOY, *Recherches anatomiques sur les genres Brassica et Sinapis*, Paris, 1907, p. 123-126.

⁽³⁾ JEAN DANIEL, *Influence du mode de vie sur la structure secondaire des Dicotylédones*, Rennes, 1915.

cela provient plutôt des différences entre les contenus cellulaires que l'impossibilité de la cicatrisation en commun, au moins dans certains cas.

Les coupes des deux plantes ainsi soudées m'ont révélé des faits très inattendus. Le Chou s'était profondément modifié au contact de la Tomate. Il avait acquis des cellules sableuses, réparties comme chez son conjoint, mais en moindre abondance. Le contenu de ces cellules était bien de l'oxalate de chaux, car les masses granuleuses traitées par l'acide chlorhydrique ou le perchlorure de fer ordinaire se dissolvaient en entier. Avec l'acide sulfurique étendu, elles donnaient des aiguilles de gypse dans la Tomate comme dans le Chou, mais avec plus de lenteur chez celui-ci. En outre, l'endoderme du Chou contenait de l'amidon et il n'y en avait pas à ce moment chez la Tomate; celle-ci était plus riche en matières grasses que le Chou.

Fait plus curieux et plus intéressant encore: le Chou présentait, dans toute la région de soudure et au-dessus dans la tige, un liber interne médullaire très net et très développé, semblable comme aspect et disposition à celui de la Tomate.

Ces deux modifications sont des plus instructives. On sait, en effet, que la distribution et la nature des cristaux d'oxalate de chaux, résidu des synthèses organiques abondant là où il y a une grande activité chimique, sont souvent un caractère spécifique de certaines plantes. Cette spécificité est plus nette encore pour le liber interne médullaire. Dans le cas présent, les changements observés sont dus à l'action spécifique de la Tomate sur le Chou, car on ne les observe pas dans les greffes des Choux de même race faites avec le Navet. On ne peut donc invoquer, pour expliquer les formations anormales d'oxalate sableux et de liber interne, l'action des blessures consécutives au greffage et les troubles causés par la cicatrisation des plaies en commun.

N'ayant conservé pour l'étude anatomique qu'un seul exemplaire des parabioses de Chou et de Tomate, je ne puis dire si les variations singulières ainsi produites sont des exceptions analogues aux hybrides de greffe ou bien s'il s'agit de modifications plus générales. Je me propose de faire de nouvelles recherches pour déterminer leur degré de fréquence. Quoi qu'il en soit de leur rareté relative, elles montrent que, dans le cas étudié, les deux associés, bien que se trouvant dans les conditions symbiotiques les moins favorables à la variation, n'ont conservé ni leur chimisme propre, ni leur autonomie.

CHIRURGIE. — *La suture métallique dans les fractures compliquées du fémur et de l'humérus.* Note (1) de M. O. LAURENT, présentée par M. A. Laveran.

De toutes les blessures de guerre ce sont les fractures du fémur et de l'humérus qui, par leur étendue et leurs délabrements, comportent le traitement le plus compliqué, exposant à la mort, à l'amputation ou aux graves déformations, et comportant un traitement de plusieurs mois et même d'une année entière. Tout progrès réalisé dans ce domaine a d'autant plus d'importance qu'elles sont très nombreuses.

Je n'envisagerai dans cette Note que les fractures compliquées.

Si le traitement ordinaire par les attelles, l'extension, l'ablation des esquilles, donne dans un certain nombre de cas des résultats satisfaisants, je suis d'avis que ceux-ci ne peuvent atteindre la perfection obtenue par la suture métallique, qui permet la remise de l'axe osseux en rectitude, le maintien des fragments en réduction idéale.

Dans la guerre balkanique, j'avais pratiqué parfois l'ostéo-synthèse par les plaques métalliques, fixées à l'aide de vis. Mais je les avais trouvées plutôt irritantes, et notamment décalcifiantes, ou offensives dans la formation du cal. J'ai renoncé aussi à l'enchevillement à cause de ses difficultés d'application. Cela ne veut pas dire pourtant que ces deux procédés ne puissent rendre des services dans des conditions déterminées.

C'est ainsi que j'ai été amené à utiliser le fil d'argent, surtout celui de forte épaisseur.

Dans un cas de fracture du fémur en un biseau de 10^{cm}, j'ai appliqué d'abord deux ligatures au fil d'argent, puis une troisième, et la réduction s'est maintenue suffisante, sans être parfaite. Mais la double ligature, double cerclage au fil d'argent, m'a rendu service dans un cas de cal très volumineux du fémur, datant de 15 mois : j'ai pratiqué l'ostéotomie et maintenu provisoirement les fragments à l'aide de deux anneaux métalliques non serrés, puis appliqué l'extension ; le gain actuel dans ce cas est de 10^{cm} d'allongement. Dans les fractures anciennes, vicieusement consolidées, les muscles sont tellement raccourcis, fibreux, cicatriciels, qu'il est impossible, immédiatement après la section de l'os, de réunir les deux fragments osseux bout à bout ; ce n'est que progressivement que les muscles reprennent à

(1) Séance du 6 mars 1916.

peu près leur longueur primitive, et que le membre peut être remis en ligne droite, avec une amélioration remarquable; la ligature en cercle est enlevée au bout de 6 semaines à 2 mois; elle a servi de *soutien provisoire*.

J'ai réalisé la coaptation à l'aide de *deux sutures* au fil d'argent dans une fracture de l'extrémité supérieure de l'humérus, compliquée de plaies des parties molles tellement étendues que l'attelle plâtrée ou tout appareil métallique était inapplicable. L'un des fils a été enlevé à la consolidation du cal.

Voici deux autres cas très intéressants de *suture du fémur à un seul fil* : chez le premier que j'avais opéré quelques semaines avant de gangrène gazeuse, le fémur, très infecté, présentait des esquilles vertes de décomposition, la cuisse était fistuleuse, maigre à l'excès, et l'état de ce blessé était en cachexie peut-on dire : quelques jours après la suture à un seul fil, la situation devenait meilleure; le cal est solide, j'ai abandonné le fil dans son *inclusion*. Mêmes conditions pour une fracture du fémur chez un grand infecté : le fil d'argent reste inclus dans l'épaisseur des condyles.

Enfin un dernier cas qui a la valeur d'une expérience : *fracture des deux fémurs* par un coup de volant. Je suture à deux fils le fémur le plus gravement fracturé, celui de droite, tandis que le gauche est traité à la manière ordinaire. Au bout d'un mois, la réunion est complète sur le fémur droit, et les *deux fils ne déterminent pas la moindre raréfaction de l'os*.

Dois-je ajouter que l'*opération exige une technique parfaite* en asepsie, hémostase, sutures et soins, et qu'elle ne peut être préconisée qu'à ces conditions expresses.

En résumé, le traitement idéal des fractures de fémur et de l'humérus est celui de la suture à un ou à deux gros fils d'argent, dont le nœud fait saillie dans la plaie, de manière à être éventuellement enlevés au bout de six semaines à deux mois.

CHIRURGIE. — *Appareils de prothèse du membre supérieur*. Note de M. JULES AMAR, présentée par M. A. Laveran.

Tout appareil de prothèse a pour but de rétablir une *fonction* au sens dynamique de ce mot. Les appareils du *membre supérieur*, assurément les plus difficiles et les plus délicats, doivent répondre à deux types distincts : celui pour *exercices de force*, de fatigue, et celui des *exercices d'adresse*. L'un sera, par conséquent, très résistant, et nécessairement simple de

construction; l'autre plus compliqué et moins résistant, vu qu'il devra satisfaire à toutes les nuances du mouvement.

J'ai donc imaginé et construit un *bras de travail* et un *bras mécanique*, ce dernier en collaboration avec un orthopédiste, *M. Cauet*.

En présentant l'un et l'autre modèles à l'Académie, j'y ajoute une très brève description.

I. BRAS DE TRAVAIL. — Il comprend quatre parties :

1° *Un organe de fixation*, constitué par une pièce de cuir moulée sur



Fig. 1. — Bras de travail.

l'épaule, et maintenu au moyen d'une bretelle embrassant le thorax pour aller prendre appui sous l'aisselle opposée. La portion dorsale de cette bretelle est, sur une longueur de 6^{cm}, en tissu élastique, afin de ne point gêner la respiration.

2° *Une gaine brachiale.* — Celle-ci est également en cuir moulé; elle est fermée pour les courts moignons, mais elle est ouverte et lacée en avant pour les moignons supérieurs à 7^{cm}. Trois languettes, rivées sur la gaine et sur la pièce d'épaule, l'une au niveau de l'acromion et en cuir, les deux autres latéralement et en tissu élastique, assurent la liberté des mouvements en donnant tout le jeu nécessaire.

La gaine se termine inférieurement par une cupule d'acier embouti que prolongent deux montants du même métal servant à consolider le cuir. On a taraudé la cupule en son centre au *pas de vis international*.

3° *Avant-bras.* — Dans ce trou pénètre une tige filetée et articulée à chape au niveau de ce qui sera le *coude*; elle est en acier et cintrée pour avoir, sous la moindre masse, le maximum de résistance. Le filetage reçoit un contre-écrou qui permet de placer l'avant-bras dans tous les plans verticaux, et l'articulation du coude peut demeurer libre, ou être bloquée par une manette à tous les angles de flexion compris entre 180° et 35°. La tige d'avant-bras est enfin taraudée à son extrémité au même pas, pour recevoir :

4° *Pince universelle ou main de parade*, celle-ci en bois et à pince articulée, élégante, mais de pure esthétique; celle-là en bronze, ayant la forme d'une pince d'écrevisse, se fermant au moyen d'un excentrique commandé par une clef, et se terminant par une articulation sphérique qui lui donne toutes les inclinaisons voulues; une manette bloque la sphère dans la position choisie, et soulage ainsi l'épaule de tous mouvements anormaux. La pince ou la main se terminent par une partie filetée avec un segment lisse, et se vissent très aisément sur l'avant-bras. Une gaine de cuir surmonte la main, s'arrêtant au niveau du coude, de sorte que, le travail achevé, on peut quitter la pince et la remplacer par la main de parade.

Cet ensemble est d'une solidité et d'une telle conformité aux besoins professionnels, que depuis 6 mois d'expérience aucune modification n'a paru s'imposer. Une centaine de mutilés ont déjà repris leurs métiers munis de ce bras de travail.

Il est clair que certaines dispositions sont nécessaires pour adapter cet appareil aux amputés d'avant-bras.

II. BRAS MÉCANIQUE. — Les principes sur lesquels a été construit le bras mécanique sont les suivants :

La main est entièrement *métallique et articulée*, sauf que les extrémités

des doigts sont recouvertes de liège ou de caoutchouc pour amortir les chocs et créer une adhérence.

Le jeu des articulations est assuré par les mouvements d'un *collier* qui embrasse le thorax, et transmis à la main par un câble d'acier.

Voyons maintenant quelques détails de ce bras mécanique.

1° *Main articulée.* — Elle est composée de deux coquilles limitant une cavité ayant la forme de la main ; à l'intérieur se trouve une platine qui



Fig. 2. — Bras mécanique.

porte les doigts, tous montés à charnière sur un même axe et maintenus en *position fermée* grâce à des ressorts fixés à leur base. Les charnières sont commandées par des leviers en acier passant sur une *came*. C'est précisément à cette came qu'aboutit le câble d'acier flexible ; il glisse dans un fourreau et va se rattacher au *collier de poitrine*.

2° *Collier.* — Ce dernier comprend une portion élastique, un ressort qui assure son adhérence au corps. On fixe aux deux bouts du collier le câble et le fourreau. Au moment où la poitrine accroît son diamètre, le câble agit sur la came et ouvre les doigts, *progressivement*. Le retour au repos ramène la came à sa position première et met les doigts en flexion.

Il est d'ailleurs possible d'avoir les doigts d'abord en *extension* et de faire agir la came dans un sens opposé.

Divers organes, d'une très grande simplicité, permettent d'adapter la main articulée aux amputés d'avant-bras ou de bras, et dans ce dernier cas d'introduire la commande pour le coude et la rotule déjà décrite avec la pince universelle ; cette commande est faite par *les épaules* (bretelles en acier).

L'essentiel est que la main articulée exécute les mouvements les plus compliqués, avec une adresse et une sûreté pratiquement satisfaisantes. Son poids total est de 350^g environ. Par cela même qu'elle se relie mécaniquement à des organes légers, en feuille d'acier, pouvant remplacer tout le bras, elle est de nature à rendre le mouvement aux désarticulés d'épaule et à servir grandement dans les professions libérales et les travaux de bureaux.

Bras de travail et bras mécanique restituent à nos mutilés une place légitime dans l'activité sociale.

RADIOLOGIE. — *Recherches théoriques et expérimentales sur les bases de la dosimétrie radiologique.* Note (1) de MM. R. LEDOUX-LEBARD et A. DAUVILLIER, présentée par M. P. Villard.

Le dosage des rayons X utilisés en radiothérapie est une question fort complexe qui n'est pas à l'heure actuelle complètement résolue.

Les divers procédés qui ont été préconisés et utilisés jusqu'à ce jour, c'est-à-dire l'effet Villard (pastille de Sabouraud et Noiré), la réaction photo-électrique d'Eder (Schwartz), l'échelle radiographique de Kienboeck, l'ionisation (iono-quantimètre), l'utilisation de la variation de conductibilité du sélénium irradié (Foerter, Fuerstenau), la fluorescence du platino-cyanure de baryum (Guilleminot), etc., présentent tous des effets sélectifs marqués et exigent, par conséquent, une mesure qualitative préalable. Ils donnent un résultat global qui n'a que la valeur d'une moyenne. Certains sont incommodes et aucun ne permet une mesure précise de l'intensité ou de la qualité du rayonnement, pour cette simple raison que celui-ci est toujours très hétérogène.

On conçoit en effet que la mesure précise de l'intensité d'un faisceau X hétérogène

(1) Séance du 6 mars 1916.

doive exiger une véritable spectro-radiométrie. Il est nécessaire d'analyser préalablement le rayonnement, d'y distinguer ses principaux constituants homogènes (radiations monochromatiques caractérisées par leur coefficient d'absorption dans l'aluminium, par exemple, ou par leur longueur d'onde) et ensuite de mesurer l'intensité de chacun de ces constituants. Or ceci est à l'heure actuelle pratiquement irréalisable et par conséquent le problème de la mesure exacte de l'énergie X doit être solutionné, semble-t-il, par une voie toute différente de celles qui ont été suivies jusqu'à ce jour.

Si nous voulons introduire en radiothérapie des principes rationnels et incontestables de dosage, il nous faut préalablement modifier les sources actuelles de rayons X en créant des ampoules donnant un rayonnement monochromatique dont la qualité et l'intensité seront immédiatement mesurables avec précision. Il nous faut de plus modifier les sources usuelles du courant à haute tension qui alimentent nos tubes et qui donnent des courants dont la mesure est impraticable.

C'est en partie la diversité de ces sources qui fait qu'à l'heure actuelle la dosimétrie précise est impossible. Elles fournissent, en effet, des courants de forme variable, compliquée, généralement inconnue, qui varie avec les conditions électriques du circuit. C'est ce qui fait qu'il est impossible de se placer dans les mêmes conditions, avec des appareillages différents, pour obtenir les mêmes résultats thérapeutiques.

Les indications fournies par les instruments qui servent pratiquement à la mesure de l'intensité du rayonnement après étalonnage préalable par les méthodes que nous avons citées, sont en effet tout à fait illusoires. La tension est mesurée par le spintermètre en *étincelle équivalente* pour 1 milliampère par exemple, mais la longueur de cette étincelle varie avec la forme des électrodes, avec la forme de la courbe de tension, avec une foule de facteurs parmi lesquels il faut citer l'action de la lumière ultraviolette, des courants d'air modifiant l'ionisation, etc. Les données fournies par le voltmètre électrostatique sont elles-mêmes inutilisables puisqu'elles indiquent, en réalité, la racine carrée du carré moyen d'une différence de potentiel qui varie dans le temps suivant une loi inconnue.

La mesure de l'intensité n'est de même qu'approchée. On se sert généralement du milliampèremètre à courant continu, de préférence aux appareils thermiques qui donnent des résultats plus difficiles à interpréter. De tels instruments doivent fournir la valeur de l'intensité moyenne du courant. Ceci a une signification dans le cas où la forme du courant est connue, par exemple s'il s'agit d'une intensité variant dans le temps suivant une loi sinusoïdale ou crénelée; mais dans le cas des décharges d'une bobine, très intenses pendant un millième de seconde, par exemple, et très espacées dans le temps, les indications perdent une partie de leur valeur.

Nous proposons l'emploi systématique du courant continu pour alimenter les ampoules à radiothérapie et particulièrement les ampoules munies de cathodes Coolidge. Nous avons constaté, en effet, qu'un tube Coolidge alimenté par du courant continu fourni par un condensateur chargé par une bobine ou un contact tournant donne un faisceau de rayons X absolument continu dans le temps, le phénomène de la discontinuité de l'émission cathodique n'existant pas dans un tel tube. De plus, le fait que l'intensité y est

indépendante de la tension fait que le tube peut être monté directement sur les bornes du condensateur sans interposition de résistances ou de bobine de self. L'alimentation se fait donc avec un excellent rendement.

L'emploi d'un condensateur chargé par l'intermédiaire de soupapes cathodiques a été fait par M. Villard (*Les rayons cathodiques*, p. 7) pour alimenter des tubes à rayons cathodiques, mais l'auteur n'en a, semble-t-il, jamais préconisé l'application à la production des rayons X. Dans des indications qu'il a bien voulu nous fournir par écrit et dont nous le remercions très vivement, M. Villard exprimait même la crainte qu'il ne fût pas facile de réaliser des condensateurs supportant des tensions de 150000 à 200000 volts, tensions qui correspondraient selon lui à une étincelle équivalente de 10^{cm}. Les rayons X obtenus au moyen des condensateurs manqueraient alors de pénétration.

Nous avons alimenté des tubes ordinaires et des tubes Coolidge sur courant continu et nous n'avons pas trouvé de différence entre le pouvoir de pénétration des rayons obtenus et ceux qu'on a directement au moyen d'une bobine. Ainsi les rayons présentent une dureté de 8,5 Benoist avec une étincelle équivalente de 16^{cm} qui correspond au potentiel statique de 80000 volts. Après quelques difficultés nous avons réussi à établir des condensateurs qui supportent aisément des tensions de 100000 volts par élément, et, en les associant en cascade, il est possible d'atteindre 200000 volts.

Dans ces conditions les appareils de mesure donnent des indications exactes et faciles à interpréter et surtout, point capital, il est possible de se placer toujours dans des conditions identiques.

Nous poursuivons l'étude de la mesure directe et exacte de la qualité et de l'intensité du rayonnement dans les conditions que nous venons d'exposer.

M. ADRIEN GUÉBARD adresse une Note intitulée : *A propos des « charriages » de la région de Castellane (Basses-Alpes).*

(Renvoi à la Section de Minéralogie.)

La séance est levée à 16 heures et quart.

A. Lx.

BULLETIN BIBLIOGRAPHIQUE.

OUVRAGES REÇUS DANS LES SÉANCES DE JANVIER 1916 (*suite*).

Atti della reale Accademia delle Scienze di Torino, pubblicati dagli Accademici Segretari delle due classi. Vol. L, Disp. 8^a-15^a, 1914-1915. Torino, Fratelli Bocca, 1915; 8 fasc. in-8°.

Reale Accademia delle Scienze di Torino. R. Osservatorio astronomico di Torino. *Osservazioni meteorologiche fatte nell' anno 1914*, calcolate dal ETTORE ROGGERO e TIZIANA COMI. Torino, Fratelli Bocca, 1915; 1 fasc. in-8°.

Anuario del Observatorio de Madrid para 1916. Madrid, Bailly-Baillière, 1915; 1 vol. in-16.

Jacobus Henricus van't Hoff, par D.-E. TSAKALOTOS. Athènes, Sakellarios, 1915; 1 feuille.

Onderzoekingen gedaan in het physiologisch Laboratorium der Utrechtsche Hoogeschool, uitgegeven door C.-A. PEKELHARING en H. ZWAARDEMAKER, vijfde Reeks, XVI. Utrecht, A. Oosthoek, 1915; 1 vol. in-8°.

Malayan fern allies. Handbook to the determination of the fern allies of the Malayan Islands, by VAN ALDERWERELT VAN ROSENBURGH. Batavia, Landsdrukkerij, 1915; 1 vol. in-4°.

(*A suivre.*)
